

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
COORDINACIÓN DE FORMACIÓN BÁSICA
COORDINACIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA

PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE

I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. Unidad Académica Facultad de Ciencias
2. Programa (s) de estudio (Técnico, Licenciatura(s)): Licenciatura en Física
3. Vigencia del plan: _____
4. Nombre de la Unidad de Aprendizaje Métodos Matemáticos de la Física
5. Clave _____
6. HC: 3 HL 0 HT 3 HPC 0 HCL 0 HE 3 CR 9
7. Etapa de formación a la que pertenece: Disciplinaria
8. Carácter de la Unidad de aprendizaje: Obligatoria X Optativa _____
9. Requisitos para cursar la unidad de aprendizaje:

Formuló: Dr. Roberto Romo Martínez

Fecha:

Vo. Bo. Dr. Alberto Leopoldo Morán y Solares

Cargo: Subdirector

II. PROPÓSITO GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Métodos Matemáticos de la Física es una unidad de aprendizaje en la que se analizan y aplican métodos matemáticos especiales para encarar problemas de diversas áreas de la física teórica, entre ellas: teoría electromagnética, mecánica cuántica, mecánica estadística, física térmica. Las funciones especiales, ecuaciones diferenciales y transformadas integrales tratadas en esta unidad de aprendizaje han sido ampliamente estudiadas durante siglos por físicos y matemáticos de distintas épocas, de manera que sus propiedades matemáticas se han sistematizado y organizado como cursos formales que son actualmente esenciales en la formación de un físico. *Métodos Matemáticos de la Física* es uno de tales cursos, el cual inicia con un análisis de funciones especiales ampliamente utilizadas en la física, que se definen en términos de integrales, series o productos infinitos, tales como: la función Gamma, la función Beta, la función de error, y las integrales elípticas, entre otras. Para evaluar estas funciones se utilizarán procedimientos analíticos y cálculos numéricos en los casos que se requiera. Se realiza un desglose detallado de las soluciones de las ecuaciones diferenciales especiales de Legendre y de Bessel, para después generalizar el estudio a la formulación de la teoría de Sturm-Liouville, la cual incluye como casos especiales a las ecuaciones mencionadas y sus soluciones, así como a otros miembros de la familia, tales como las ecuaciones y polinomios de: Laguerre, Hermite, y Chevyshev, entre otros. Como corolario de la teoría de Sturm-Liouville, se establece un teorema de expansión, el cual conduce en forma natural al tema de las Series de Fourier, al cual se dedica una unidad completa. En la etapa final se analizan las transformadas integrales y sus aplicaciones en física, con especial énfasis en la transformada de Fourier y la transformada de Laplace.

Métodos Matemáticos de la Física provee al estudiante de herramientas y habilidades para plantear y resolver problemas de física teórica en una amplia variedad de problemas. El manejo de estos métodos es de gran utilidad no sólo en la etapa terminal del programa de licenciatura en física, sino que además provee al estudiante de una base matemática sólida para iniciar estudios de posgrado en física. Esta unidad de aprendizaje pertenece a la Etapa Disciplinaria del programa de Licenciatura en Física.

III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Examinar el comportamiento y las propiedades matemáticas de las funciones especiales y las transformadas integrales, utilizando procedimientos analíticos y numéricos, para aplicarlas en la solución de problemas físicos, con responsabilidad, objetividad y disciplina.

IV. EVIDENCIA (S) DE DESEMPEÑO

Elaborar prácticas que contengan la resolución de problemas y ejercicios con el desglose detallado de los procedimientos analíticos y los resultados del manejo de los métodos analíticos o numéricos. En estas prácticas se debe mostrar: la habilidad para realizar el correcto planteamiento matemático de un problema, la capacidad de aplicar los métodos matemáticos apropiados a situaciones reales, la habilidad para utilizar procedimientos deductivos cumpliendo con los teoremas matemáticos, y la obtención de la solución correcta del problema.

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 1: FUNCIONES DEFINIDAS COMO INTEGRALES, SERIES O PRODUCTOS INFINITOS

Competencia:

Analizar las propiedades matemáticas de funciones que se definen como integrales, series o productos infinitos, mediante la utilización de procedimientos analíticos y numéricos, para aplicarlas al cálculo de integrales especiales y a la construcción de identidades matemáticas útiles en funciones especiales de la física matemática, con orden y actitud reflexiva.

Contenido

Duración

- 1.1. La función Gamma
 - 1.1.1. Función factorial
 - 1.1.2. Propiedades de la función Gamma
 - 1.1.3. Aplicaciones en la evaluación de integrales
 - 1.1.4. Aproximación de Stirling
- 1.2. La constante de Euler-Masheroni
- 1.3. Definiciones alternas de la función Gamma como productos infinitos
 - 1.3.1. Producto infinito de Euler
 - 1.3.2. Producto infinito de Weierstrass
 - 1.3.3. Constante de Euler-Masheroni
 - 1.3.4. Equivalencia de las diferentes definiciones de la función Gamma
 - 1.3.5. Aplicaciones
- 1.4. La función Beta
 - 1.4.1. Definición y propiedades
 - 1.4.2. Relación con la función Gamma
 - 1.4.3. Aplicaciones en la evaluación de integrales
 - 1.4.4. Otras aplicaciones
- 1.5. La función de Error
 - 1.5.1. Función de error y función de error complementaria
 - 1.5.2. Desarrollo de Taylor de la función de error

18 horas

1.5.3. Integrales de Fresnel

1.5.4. Aplicaciones

1.6. Integrales elípticas

1.6.1. Integrales elípticas de primero y segundo tipo

1.6.2. Integrales elípticas incompletas de primero y segundo tipo

1.6.3. Desarrollos de Taylor de las Integrales elípticas de primero y segundo tipo

1.6.4. Aplicaciones

1.7. La función delta de Dirac

1.8. Otras funciones especiales

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 2: ECUACIONES DE LEGENDRE Y DE BESSEL

Competencia:

Analizar las ecuaciones diferenciales de Legendre y de Bessel utilizando los métodos de solución en series de potencias para obtener sus soluciones, con actitud reflexiva y de manera ordenada.

Contenido

Duración

- 2.1. Ecuación de Legendre
 - 2.1.1. Solución por el método de las series de potencias
 - 2.1.2. Polinomios de Legendre y funciones de Legendre de segundo tipo
 - 2.1.3. Función generadora de los polinomios de Legendre
 - 2.1.4. Relaciones de recurrencia
 - 2.1.5. Fórmula de Rodríguez
 - 2.1.6. Ortogonalidad y completez de los polinomios de Legendre
- 2.2. Aplicaciones
 - 2.2.1. Separación de variables en coordenadas esféricas
 - 2.2.2. Armónicos esféricos
 - 2.2.3. Aplicaciones a problemas físicos
- 2.3. Ecuación de Bessel
 - 2.3.1. Solución por el método de Frobenius
 - 2.3.2. Funciones de Bessel de orden cero
 - 2.3.3. Funciones de Bessel de orden entero distinto de cero
 - 2.3.4. Funciones de Bessel de orden fraccionario
 - 2.3.5. Funciones de Bessel de orden arbitrario
 - 2.3.6. Relaciones de recurrencia e identidades importantes
 - 2.3.7. Propiedad de ortogonalidad
 - 2.3.8. Funciones de Bessel Modificadas

15 horas

2.3.9. Funciones Auxiliares de Bessel

2.4. Aplicaciones

2.4.1. Separación de variables en coordenadas cilíndricas

2.4.2. Aplicaciones a problemas físicos

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 3: POLINOMIOS ORTOGONALES

Competencias:

Competencia:

Examinar las propiedades comunes de polinomios ortogonales y sus ecuaciones diferenciales, para construir una teoría general de polinomios ortogonales, mediante la comparación de sus propiedades analíticas, con objetividad y actitud reflexiva.

Contenido

- 3.1. Ortogonalización de polinomios
- 3.2. Relaciones de recurrencia
- 3.3. Funciones generadoras
- 3.4. Polinomios ortogonales especiales
 - 3.4.1. Polinomios de Legendre
 - 3.4.2. Polinomios de Chebyshev
 - 3.4.3. Polinomios de Laguerre
 - 3.4.4. Polinomios de Asociados de Laguerre
 - 3.4.5. Polinomios de Hermite

Duración

3 horas

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 4: TEORÍA DE STURM-LIOUVILLE

Competencias:

Desarrollar la propiedad de ortogonalidad de soluciones de ecuaciones diferenciales en la forma general de Sturm-Liouville, mediante procedimientos analíticos, para extender la teoría de polinomios ortogonales a una más general que incluya funciones no polinomiales, con formalidad actitud crítica.

Contenido

- 4.1. Problema de Sturm-Liouville
- 4.2. Operadores Hermitianos
- 4.3. Desarrollo en eigenfunciones
- 4.4. Ecuación de Bessel en la forma de Sturm-Liouville

Duración

3 horas

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 5: SERIES DE FOURIER

Competencia:

Aplicar el teorema de expansión de la teoría de Sturm-Liouville para construir representaciones de funciones en series de Fourier, mediante procedimientos analíticos, de manera ordenada y con actitud reflexiva.

Contenido

Duración

- 5.1. Desarrollo de eigenfunciones
- 5.2. Series de Fourier seno y coseno
- 5.3. Forma compleja de las series de Fourier
- 5.4. Convergencia y fenómeno de Gibbs
- 5.5. Problemas con valores en la frontera

3 horas

V. DESARROLLO POR UNIDADES

UNIDAD 6: TRANSFORMADAS INTEGRALES

Competencia:

Calcular transformadas integrales especiales para aplicarlas en la solución de problemas de la física matemática, mediante procedimientos analíticos, con formalidad y orden.

Contenido

Duración

- | | |
|--|---------|
| 6.1. Transformadas integrales | |
| 6.2. Desarrollo de la Integral de Fourier | 6 horas |
| 6.3. Transformada de Fourier | |
| 6.3.1. Teorema de convolución | |
| 6.3.2. Relación de Parseval | |
| 6.3.3. Transformada de derivadas | |
| 6.3.4. Aplicaciones | |
| 6.4. Transformada de Laplace | |
| 6.4.1. Transformada de Laplace inversa por fracciones parciales y uso de tablas | |
| 6.4.2. Teorema de convolución | |
| 6.4.3. Transformada de derivadas | |
| 6.4.4. Aplicaciones | |
| 6.5. Transformada de Laplace inversa mediante el método de la integral de Bromwich | |
| 6.6. Otras transformadas integrales | |

VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS

VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS				
No. de Práctica	Competencia (s)	Descripción	Material de Apoyo	Duración
1-6	Aplicar las funciones especiales definidas mediante integrales, series o productos infinitos, utilizando sus definiciones, propiedades matemáticas e identidades especiales, para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones prácticas en problemas de la física matemática, con orden y actitud reflexiva.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 1, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	18 horas
7-11	Aplicar las distintas especies de soluciones de las ecuaciones de Legendre y de Bessel, utilizando sus propiedades matemáticas e identidades especiales, para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones prácticas en problemas físicos que involucren Laplacianos en coordenadas esféricas y cilíndricas, con orden y actitud reflexiva.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 2, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	15 horas
12	Aplicar las propiedades matemáticas generales de la teoría de polinomios ortogonales, para construir polinomios ortogonales especiales, mediante la utilización de sus relaciones de recurrencia y sus funciones generadoras, con formalidad y actitud reflexiva.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 3, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	3 horas

VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS

No. de Práctica	Competencia (s)	Descripción	Material de Apoyo	Duración
13	Aplicar la teoría de Sturm-Liouville, mediante procedimientos analíticos formales, para establecer teoremas generales sobre los eigenvalores y eigenfunciones de operadores Hermitianos, con formalidad y actitud reflexiva.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 4, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	3 horas
14	Construir y evaluar series de Fourier de diversas funciones y sus extensiones periódicas, utilizando las expresiones generales de los coeficientes de Fourier y programas computacionales, para aplicarlas a la solución de problemas físicos, con objetividad y de manera ordenada.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 5, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	3 horas
15-16	Calcular transformadas integrales y transformadas inversas de funciones, utilizando sus definiciones y propiedades matemáticas especiales, para aplicarlas a la solución de problemas físicos, con formalidad y orden.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 6, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	6 horas

VII. METODOLOGÍA DE TRABAJO

Del maestro:

Clases expositivas en el pizarrón de la teoría del curso siguiendo una secuencia lógica y ordenada, enfatizando siempre en la interpretación física de los desarrollos matemáticos. Se incluirán ejemplos prácticos en los que se resuelvan problemas selectos que apoyen la comprensión de la teoría e ilustren las diversas aplicaciones físicas.

Del estudiante:

En las horas de clase deberá tener participaciones activas en forma individual sobre los temas expuestos por el profesor. En las horas de taller su participación consistirá en resolver en forma individual en el pizarrón problemas y ejercicios. Las actividades del estudiante fuera de clase consistirán en resolver las tareas semanales asignadas.

VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Se evaluará considerando: exámenes parciales, prácticas semanales, examen final, participación en clase y en las sesiones de prácticas del taller.

Las Prácticas Semanales:

Las prácticas semanales consistirán en resolver problemas y ejercicios en el cuaderno de trabajo durante las sesiones de taller, así como en la resolución de problemas de las tareas a realizar en casa. La calificación obtenida tendrá un valor de un 20% de la calificación total.

20% prácticas semanales

Los Exámenes Parciales:

Se aplicarán al menos 4 exámenes parciales durante el curso en modalidad escrita.

50 % exámenes parciales

El Examen Final:

En este examen se aplicará al final del semestre en modalidad escrita.

25% examen final

Participación en clase:

La participación en clase se tomará en cuenta cuando el estudiante participe activamente en las sesiones de clase y de taller, respondiendo preguntas del profesor, e interviniendo voluntariamente aportando ideas para resolver problemas y ejercicios en el pizarrón, así como para la demostración de teoremas matemáticos.

5 % participación en clase

ACREDITACIÓN: Se aplicará el Estatuto Escolar de la UABC, de acuerdo al cual se deberá cumplir con un 80% o más de la asistencia en clases impartidas para tener derecho al Examen Ordinario, 40% o más de la asistencia en clases impartidas para tener derecho al Examen Extraordinario. Véanse los artículos 70 y 71 del Estatuto Escolar.

IX. BIBLIOGRAFÍA

Básica

- *Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide*. G. Arfken, H. Weber and F. E. Harris. Seventh Edition, Academic Press, 2012.
- *Mathematical Methods for Scientists and Engineers*. D. McQuarrie. First Edition, Viva Books, 2008.

Complementaria

- *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería y Ciencias*. Murray Spiegel. McGraw-Hill Companies, 2001.
- *Fourier Series and Boundary Value Problems*. J. Brown and R. Churchill, 8th Edition. McGraw-Hill Book Education India, 2011.
- *Mathematical Methods in Physics: Partial Differential Equations, Fourier Series, and Special Functions*. V. Henner, T. Belozerova, and Kyle Forinash. A K Peters/CRC Press, 2009.
- *Mathematical Physics*. E. Butkov, Addison-Wesley Publishing Company, 1968.
- *The Fast Fourier Transform*. E. Oran Brigham. 1974 Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs, N. J.

Páginas electrónicas:

- *Wolfram Alpha*. <https://www.wolframalpha.com>
- *NIST Digital Library of Mathematical Functions*. <http://dlmf.nist.gov>

X. PERFIL DEL DOCENTE.

Licenciado en Matemáticas, licenciado en Física o área afín, con experiencia en docencia y dominio de los contenidos temáticos contemplados en este PUA.